

光学成像系统空间移变降质的 最小二乘约束复原

李 勇 李 平 文玉梅

(重庆大学光电工程学院, 光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400030)

摘 要 对光学成像系统引起图像的空间移变降质, 可以根据光学系统的特性函数确定相应的或者近似的逆(复原)函数, 以数字图像处理的方法进行恢复, 这些复原函数仍然具有空间移变的性质。本文在多项式近似逆滤波图像恢复方法的基础上, 提出将空间移变的复原函数分解成空间移不变的基函数及其各次幂的线性组合, 给出的基函数可以消除在图像恢复中用数字图像的差分代替图像的导数引入的误差, 并在复原函数中引入最小二乘约束, 对恢复图像进行规整, 得到空间移变降质图像的最小二乘约束复原。获得的复原图像, 是降质图像偶数阶差分的线性组合, 组合系数由成像系统的点扩散函数、约束算子、复原规整参数和分解基函数确定。对模拟和实际获取的空间移变降质图像的处理结果表明, 这种方法对各种信噪比条件下的图像恢复均适用。

关键词 图像复原 图像规整 空间移变 光学成像系统

中图法分类号: TN911.73 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2006)08-1180-08

Constrained Least-Square Restoration of Space-Variant Blurs Resulting from Optical Imaging Systems

LI Yong, LI Ping, WEN Yu-mei

(College of Optoelectronic Engineering and The Key Laboratory of Optoelectronic Technology and System of the Education Ministry, Chongqing University, Chongqing 400030)

Abstract Theoretically, deteriorated images resulting from imaging system performances can be recovered in a digital way providing that the optical imaging transfer function is known and its inverse function or the approximate inverse function can be found according to the measurement or the priori knowledge of the imaging transfer function. Basically both the imaging transfer functions and the recovery functions are space-variant. Based on space-variant image recovery by inverse filtering with polynomial approximation, we developed a new approach in which the space-variant recovery function is decomposed as the linear combination of a space-invariant base function and its power functions. The base function is such chosen, in recovery, that it brings no error as it corresponds to difference instead of derivative operations. Furthermore, the least square constraint is introduced to the recovery function for regulating the restoration. By this way, a recovered image is the linear combination of the original image and its even-order differences, where the combining coefficients are determined by the system point-spread function, constraint operator, regulation parameter and the decomposition base function. Detailed analysis and derivation of equations are presented and the processed results for both simulated and practical images show the effectiveness of the proposed scheme for deteriorated images with various signal-to-noise ratios.

Keywords image restoration, image regulation, space variance, optical imaging systems

1 引 言

光学成像系统往往造成图像的降质, 比如光学

系统非理想特性造成的衍射和像差, 以及由物像平面的相对移动造成的移动降质和散焦降质等。图像降质会造成图像细节模糊, 分辨率降低。通过改进成像系统可以有效提高图像质量, 但会增加成本。

收稿日期: 2005-05-26; 改回日期: 2005-08-29

第一作者简介: 李勇(1979 ~), 男, 重庆大学仪器科学与技术专业硕士研究生。研究方向为图像恢复、增强。现在华为技术有限公司从事技术的研发工作。E-mail: sanyimu@cqu.edu.cn

因而采用数字图像处理的图像复原技术在工程上获得广泛应用。

光学成像系统的降质过程,在数学上可用加权积分来描述,权系数由成像系统的点扩散函数(point spread function, PSF)唯一确定。如果能用近光轴的点扩散函数近似代替整个像场的点扩散函数,那么成像系统的点扩散函数就是空间移不变,对于这种情况已有许多有效的图像复原方法^[1]。但在实际光学成像系统中,往往并不能用近光轴的点扩散函数近似代替整个像场的点扩散函数,成像系统的点扩散函数随空间坐标变化,图像降质是空间移变的。针对空间移变降质图像的复原方法主要有坐标变换^[2]、图像分块^[3]和卡尔曼滤波^[4]。其中图像分块用一个局部像场内某点的点扩散函数代替整个局部像场的点扩散函数,它能利用各种空间移不变复原方法,是一种有效的空间移变降质图像复原方法,但图像分块实质上仅是对空间移变降质的一种近似处理,容易产生图像分块边界的畸变和寄生噪声。文献[5]提出了一种用多项式近似的图像逆滤波恢复空间移变降质。多项式近似逆滤波复原(PAIF)方法通过将空间移变的复原函数按泰勒级数展开成空间移不变的基函数的线性组合,避免了图像分块造成的恢复图像失真,实现了空间移变降质图像的有效复原。对噪声图像,该复原方法用一低通滤波器实现恢复过程中的规整约束。低通滤波器的截止频率由成像系统点扩散函数和图像信噪比决定,但文献[5]中并未建立确定的关系。同时泰勒展开的近似误差限制了图像复原效果,复原方法在零频点实现函数的泰勒展开,随着频率的增加,近似误差将增大。

本文根据将空间移变的复原函数分解成空间移不变的基函数及其幂的线性组合这一思想,选取恰当的基函数,避免了泰勒展开带来的高频误差,并在复原函数中引入最小二乘约束,得到了用于空间移变降质图像复原的最小二乘约束复原方法(LSCR)。获得的复原图像仍然是降质图像偶数阶差分的线性组合,组合系数由成像系统点扩散函数、规整参数、约束算子和分解基函数确定。

2 光学成像系统的成像模型

在成像过程中,物平面上的一个点不仅仅映射到像平面上的一个对应点,而且还被扩散成一个区

域。因此,像平面上的每一个点是物平面上许多点经混合叠加的反映。这种混合叠加的成像过程,在数学上可用一个叠加积分来描述^[6]

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(s, t) h(x, y; s, t) ds dt + n(x, y) \quad (1)$$

式中, (s, t) 和 (x, y) 分别为物平面和像平面上点的2维空间坐标; $n(x, y)$ 表示加性观测噪声; $f(s, t)$ 表示输入图像, $g(x, y)$ 表示观测图像, 或者称为降质图像。 $h(x, y; s, t)$ 描述成像系统对物点的扩散程度, 被称为点扩散函数。点扩散函数常用于评价光学成像系统的成像质量, 点扩散函数越趋于冲激函数, 成像质量越好。但实际光学成像系统的点扩散函数均是冲激函数在不同程度上的扩散, 且扩散程度通常随物点的空间坐标变化, 造成光学成像系统空间移变降质, 视觉效果上表现为获取的图像清晰程度不一致。

3 空间移变降质的最小二乘约束复原

3.1 空间移变的复原方程推导

取以任意空间点 (x, y) 为中心的矩形子图像空间 Γ , 空间 Γ 是全图像空间 Ω 的真子空间, 有 $\Gamma \subset \Omega$ 。

$$\Gamma = \{x', y' \mid x - \delta_x \leq x' \leq x + \delta_x, \\ y - \delta_y \leq y' \leq y + \delta_y\} \quad (2)$$

若令 $\delta_x \rightarrow 0, \delta_y \rightarrow 0$, 则 $\Gamma \rightarrow (x, y)$, 那么在子图像空间 Γ 中可近似认为点扩散函数不随空间坐标变化, 则式(1)描述的混合叠加的成像过程变成卷积积分的成像过程, 将其两边同时进行傅里叶变换, 并忽略观测噪声得

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) \quad (3)$$

式中, $H(u, v)$ 为子空间 Γ 的光学传递函数, $G(u, v)$ 和 $F(u, v)$ 分别为定义在子空间 Γ 上的降质图像和真实图像的频率表达式。

对式(3)确定的成像过程, 定义频率域复原函数 $W(u, v)$, 使

$$\tilde{F}(u, v) = W(u, v)G(u, v) \quad (4)$$

式中, $\tilde{F}(u, v)$ 为子空间 Γ 复原图像的频率表达式, $W(u, v)$ 是子空间 Γ 的光学传递函数 $H(u, v)$ 的函数。

将式(4)反傅里叶变换可得子空间 Γ 的图像复原方程

$$\begin{aligned}\tilde{f}(x, y) &= F^{-1}[\tilde{F}(u, v)] \\ &= F^{-1}[W(u, v)G(u, v)]\end{aligned}\quad (5)$$

式中, $F^{-1}[\cdot]$ 为 2 维傅里叶反变换算子, 即

$$F^{-1}[G(u, v)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(u, v) e^{j(ux+vy)} du dv \quad (6)$$

对降质图像的任意子空间 $\Gamma \rightarrow (x, y)$, 均可采用式(5)复原, 将所有子空间的复原结果叠加可得整幅复原图像。实际计算时, 若定义于子空间 Γ 中的点扩散函数的支持域为 $m \times n$, 则离散傅里叶变换的支持域为 $m \times n$, 若要消除离散傅里叶变换周期延拓造成的边缘振荡效应, 则子图像的离散傅里叶变换的支持域至少应为 $(2m+1) \times (2n+1)$ 。那么对子空间 $\Gamma \rightarrow (x, y)$ 上图像的复原, 需要复原以 (x, y) 为中心, 大小为 $(2m+1) \times (2n+1)$ 的子空间 Ψ 上的降质图像。复原方程式(5)成立的充要条件是在子空间 $\Gamma \rightarrow (x, y)$ 中点扩散函数空间移不变, 但由于子空间 $\Psi \gg \Gamma$, 在子空间 Ψ 中复原方程式(5)只能是近似成立, 近似程度和点扩散函数的空间变化情况有关。即通过式(5)获得的复原图像仅是一种近似处理。

同时通过式(5)复原图像, 计算量过大。式中的频率域复原函数 $W(u, v)$ 与子空间 $\Gamma \rightarrow (x, y)$ 中复原点 (x, y) 处的点扩散函数有关, 所以复原每一个子空间 Γ 均需重新求取复原函数 $W(u, v)$, 并同时计算定义于子空间中图像的傅里叶变换, 以及复原子空间图像的反傅里叶变换。

如果将与子空间 Γ 的点扩散函数有关的复原函数 $W(u, v)$, 分解为一系列与子空间 Γ 的点扩散函数无关的基函数的线性组合。那么对任意子空间均可采用同一复原函数, 即可以对全图像空间 Ω 进行同一运算而不再需要分解为子空间。则既可避免式(5)的近似处理, 又能比式(5)在计算上更加有效。

由多项式拟合模型, 复原函数 $W(u, v)$ 可表示为

$$W(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik} W_u^i W_v^k \quad (7)$$

式中, W_u 和 W_v 为拟合方程的拟合基, 且与 $W(u, v)$ 无关, 即 W_u 和 W_v 与子空间 Γ 的点扩散函数无关, 满足分解要求。 a_{ik} 为拟合系数, 由复原函数 $W(u, v)$ 和分解基函数 W_u 、 W_v 确定。

将式(7)代入式(5)得

$$\tilde{f}(x, y) = F^{-1} \left[\sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik}(x, y) W_u^i W_v^k G(u, v) \right] \quad (8)$$

因为 $a_{ik}(x, y)$ 与频率坐标 (u, v) 无关, 所以可将反傅里叶算子放入求和算符中得

$$\tilde{f}(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik}(x, y) F^{-1} [W_u^i W_v^k G(u, v)] \quad (9)$$

又有

$$\begin{aligned}F^{-1} [W_u^i W_v^k G(u, v)] &= (F^{-1} [W_u^i]) * \\ & (F^{-1} [W_v^k]) * g(x, y)\end{aligned}\quad (10)$$

将式(10)代入式(9)可得

$$\begin{aligned}\tilde{f}(x, y) &= \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik}(x, y) (F^{-1} [W_u^i]) * \\ & (F^{-1} [W_v^k]) * g(x, y)\end{aligned}\quad (11)$$

对降质图像的任意子空间 $\Gamma \rightarrow (x, y)$, 均可采用式(11)复原, 将复原结果叠加可得空间移变降质图像的复原方程

$$\begin{aligned}\tilde{f}(x, y; \Omega) &= \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik}(x, y) (F^{-1} [W_u^i]) * \\ & (F^{-1} [W_v^k]) * g(x, y; \Omega)\end{aligned}\quad (12)$$

式中, 组合系数 $a_{ik}(x, y)$ 由点 (x, y) 的复原函数 $W(u, v)$ 和分解基函数 W_u 、 W_v 确定。

3.2 复原方程基函数的选择

复原方程式(12)的实现需要选择合适的基函数 W_u 和 W_v , 由多项式拟合模型知, 要求 W_u 和 W_v 分别仅为 u 和 v 的函数, 且单调。而图像数字角频率的取值范围为 $[0, \pi]$, 那么 W_u 和 W_v 的单调性仅需限定在 $0 \leq u \leq \pi$ 和 $0 \leq v \leq \pi$ 内。

取 $W_u = u$ 和 $W_v = v$, 则有 $F^{-1} [W_u^i W_v^k G(u, v)] \rightarrow \frac{1}{j^{i+k}} \frac{\partial^{i+k}}{\partial x^i \partial y^k} g(x, y)$, 式中 j 为虚数单位。 W_u 和 W_v 满足基本条件, 但当 $i+k$ 不是偶数时将在复原图像中引入虚数。要保证 $i+k$ 恒为偶数, 可令 $i=2i, k=2k$, 那么取 $W_u = u^2$ 和 $W_v = v^2$, 则有

$$F^{-1} [W_u^i W_v^k G(u, v)] \rightarrow \frac{1}{j^{2(i+k)}} \frac{\partial^{2(i+k)}}{\partial x^{2i} \partial y^{2k}} g(x, y)$$

W_u 和 W_v 满足基本条件, 且不会在图像数据中引入虚数。将 W_u 和 W_v 代入式(12)得

$$\tilde{f}(x, y; \Omega) = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik}(x, y) \frac{1}{j^{2(i+k)}} \frac{\partial^{2(i+k)}}{\partial x^{2i} \partial y^{2k}} g(x, y; \Omega) \quad (13)$$

复原方程式(13)需要计算图像的偏导, 实际处理的图像是数字图像, 它是一些离散的数据点, 处理时采用相同阶次的差分代替偏导得

$$\tilde{f}(x, y; \Omega) = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik}(x, y) \frac{1}{j^{2(i+k)}} \nabla_x^{2i} \nabla_y^{2k} g(x, y; \Omega) \quad (14)$$

式中, ∇_x^{2i} 和 ∇_y^{2k} 分别表示 x, y 方向的 $2i$ 和 $2k$ 阶差分。

但用差分代替偏导必将引入计算误差, 因为式(14)中不含有奇次阶差分, 而任意阶次大于 2 的偶次阶差分均可通过多次 2 阶差分得到, 所以仅分析 2 阶差分的情况。因为

$$\nabla_x^2 g(x, y) \xrightarrow{F} 2(\cos u - 1)G(u, v) \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} g(x, y) \xrightarrow{F} -u^2 G(u, v) \quad (16)$$

由式(15)和(16)知, 当用 2 阶 x 方向的差分代替对 x 的 2 阶偏导时的误差, 等价于在频率域用 $2(\cos u - 1)$ 代替 $-u^2$ 的误差, 将 $2(\cos u - 1)$ 在 $u = 0$ 点做 3 阶泰勒展开得

$$2(\cos u - 1) = -u^2 + \frac{\cos \theta}{4!} u^4 \quad 0 < \theta < \pi \quad (17)$$

则近似代替的绝对误差为

$$e_u = \left| -u^2 - 2(\cos u - 1) \right| = \left| \frac{\cos \theta}{4!} u^4 \right| \leq \left| \frac{u^4}{4!} \right| \quad (18)$$

即当频率较低时, 计算误差较小, 随空间频率的增加, 计算误差以 4 次方增加。图 1 给出了 2 阶偏导和差分对应的角频率曲线。

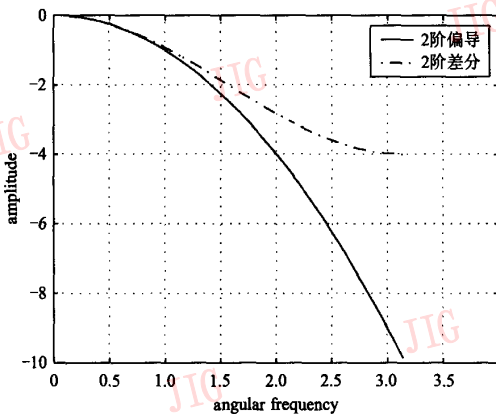


图 1 2 阶偏导和差分对应的角频率曲线比较图

Fig. 1 The 2nd order partial derivative and difference vs. angular frequency

为消除这种计算误差, 需要重新选择拟合基 W_u 和 W_v , 由式(15)知, 如果取 $W_u = 2(\cos u - 1)$ 和 $W_v = 2(\cos v - 1)$, 则有 $F^{-1}[W_u^i W_v^k G(u, v)] \rightarrow \nabla_x^{2i} \nabla_y^{2k} g(x, y)$, W_u 和 W_v 同样满足基本条件, 且不会在图像数据中引入虚数, 也没有用差分代替偏导带来的计算

误差。将 W_u 和 W_v 代入式(12)可得空间移变降质图像的复原方程, 复原图像等于降质图像偶数阶差分的线性组合。

$$\tilde{f}(x, y; \Omega) = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik}(x, y) \nabla_x^{2i} \nabla_y^{2k} g(x, y; \Omega) \quad (19)$$

式中, ∇_x^{2i} 和 ∇_y^{2k} 分别表示 x, y 方向的 $2i$ 和 $2k$ 阶差分。组合系数 $a_{ik}(x, y)$ 由点 (x, y) 的复原函数 $W(u, v)$ 和分解基函数 W_u, W_v 确定。

3.3 复原方程规整约束的讨论

图像复原问题的一个重要特点是它的病态性, 观测图像的微小变动可能导致解的很大变动。由于观测图像受噪声的沾染, 复原方程的解可能偏离真解相当远, 直观表现为对观测噪声的放大。为克服复原问题中的病态性, 需要在复原过程中对运算施加某种规整约束, 使得问题的解在物理上是合理的, 并且连续地依赖于观测图像^[6]。

虽然推导复原方程式(19)时忽略了观测噪声的影响, 但因复原方程的组合系数 a_{ik} 和复原函数 $W(u, v)$ 满足式(7)的函数关系, 故在复原函数中引入规整约束, 并可通过式(7)映射到复原方程中, 得到对应的约束复原方程。在复原函数 $W(u, v)$ 中引入最小二乘约束得

$$W(u, v) = [H^*(u, v)H(u, v) + \gamma Q^*(u, v)Q(u, v)]^{-1} H^*(u, v) \quad (20)$$

式中, γ 表示规整参数, $*$ 表示 Hermitian 共轭, $Q(u, v)$ 为约束算子, $H(u, v)$ 是光学传递函数。取自不同约束模型的约束算子 Q 可以导致不同的复原方法, 复原模型对约束算子的选择无特别的要求, 可以选择任意的约束算子 Q , 代入图像复原方程式(19)得对应约束复原方程。定义约束算子 Q , 使 $Q(u, v)$ 满足 $F[Qg(x, y)] = Q(u, v)G(u, v)$, 其中, $F[\cdot]$ 为傅里叶变换算子, 当约束算子 Q 取自不同的约束模型时, 可得到不同的复原方法^[1]。

对于任意子空间 $\Gamma \rightarrow (x, y)$, 可通过式(20)确定复原函数 $W(u, v)$, 代入式(7)可得对应的组合系数 $a_{ik}(x, y)$, 将 $a_{ik}(x, y)$ 代入式(19)可得空间移变的最小二乘约束复原方程。且

(1) 当 $Q = I$ 时, 其中, I 为恒等算子, 有 $Ig(x, y) = g(x, y)$, 式(19)成为能量约束复原或伪逆滤波 (pseudo-inverse filter);

(2) 当 $Q = L$ 时, 其中, L 为有限阶的差分算子, 通常取 2 阶差分, 即拉普拉斯 (Laplace) 算子,

式(19)成为平滑约束复原;

(3) 当 $Q = \varphi_f^{-1/2} \varphi_n^{1/2}$ 时, 其中, φ_f 和 φ_n 分别表示降质图像和观测噪声的协方差运算, 式(19)成为参数维纳(Wiener)滤波, 特别的当规整参数 $\gamma = 1$ 时, 成为传统的维纳滤波。

4 实验及实际空间移变降质图像复原

由场曲造成的不均匀扩散的点扩散函数, 是空间点到调焦中心距离的函数; 光学系统散焦造成的图像降质的点扩散函数是一个均匀分布的圆形光斑; 物像平面的相对移动造成的移动降质的点扩散函数是一个均匀分布的矩形。但是综合成像系统的诸多因素, 在多数情况下选高斯(Gauss)型点扩散函数描述光学成像系统降质更符合实际, 同时假定系统噪声模型为零均值高斯白噪声^[6]。

$$h(x, y; s, t) = \frac{1}{2\sigma^2(s, t)\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2(s, t)}} \quad (21)$$

式中, 扩散方差 σ^2 是物平面坐标 (s, t) 的函数。定义 3σ 为扩散半径, 用于描述点扩散函数的扩散程度。

4.1 光点图复原

成像系统点扩散函数复原前后的变化情况能充分地说明复原方法的复原效果, 所以将一幅光点图(图 2(a))通过空间移变降质的成像系统, 扩散半径 3σ 由 1pixel 到 6pixels 从图像几何中心到边缘线性变化。同时加入高斯白噪声使模糊信噪比(BSNR)为 30dB, 得降质图像(图 2(b)), 用最小二乘约束复原降质图像, 得复原图像(图 2(c)), 并计算复原图像的提高信噪比(ISNR), BSNR 和 ISNR 采用文献[7]中的定义, 即

$$BSNR = 10 \lg \left(\frac{\sigma_g^2}{\sigma_n^2} \right) \quad (22)$$

$$ISNR = 10 \lg \left\{ \frac{\sum_{i,j} [f(x, y) - g(x, y)]^2}{\sum_{i,j} [f(x, y) - \tilde{f}(x, y)]^2} \right\} \quad (23)$$

式中, σ_g^2, σ_n^2 分别表示降质图像和噪声的方差。 $f(x, y)$ 为输入图像, $\tilde{f}(x, y)$ 为复原图像, $g(x, y)$ 为降质图像。

比较图 2(b)、图 2(c) 可发现, 复原后的图像从视觉效果上有明显的提高, 复原后图像整体清晰一致。复原图像的 $ISNR = 9.1 \text{dB}$ 。

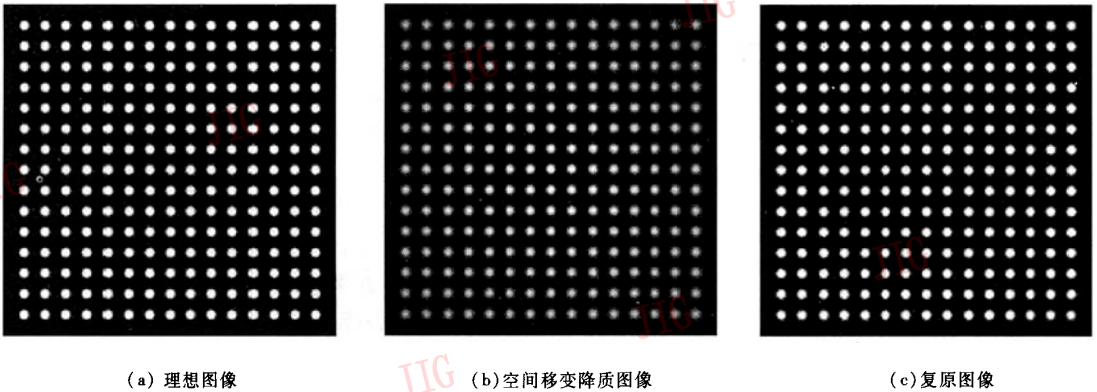


图 2 对光点图的空间移变降质仿真复原

Fig. 2 The deteriorated and recovered images of dot array

图 3 反映了图 2 中第 $1 \times 1, 3 \times 3$ 和 6×6 处光点在复原前后的变化情况。降质曲线反映了成像系统的点扩散函数对光点的扩散情况, 图中 3 条降质曲线的扩散程度明显不同, 表明像场中各点的点扩散函数存在不同程度的扩散; 复原曲线和真实曲线几乎重合, 表明复原后成像系统已无降质, 整个像场中各点的点扩散函数均趋于冲激函数。

4.2 空间移变降质图像处理实例及结果

将 Hawk 图像(图 4(a))和 Lena 图像(图 5(a))通过空间移变降质的成像系统, 扩散半径 3σ 由 1pixel 到 6pixels 从图像几何中心到边缘线性变化, 降质后图像中心清楚四周模糊, 再加入高斯白噪声使 BSNR 分别为 50、40、30 和 20dB, 用文中提出的最小二乘约束复原方法和文献[5]中提出的多项式

近似逆滤波分别复原降质图像,并计算复原图像的提高信噪比。

图 4、图 5 给出了 $BSNR$ 在 50dB 和 20dB 时的复原图像,图 6 给出了 $BSNR-ISNR$ 曲线,其中三角线代表最小二乘约束复原(LSR),圆点线代表多项

式近似逆滤波(PAIF)。

比较两种方法的复原图像可以发现,最小二乘约束复原方法复原图像比多项式逆滤波复原图像更清晰,特别是在图像边缘部分,前者能恢复更多的图像细节。恢复更多图像细节的同时,也将伴随观测测

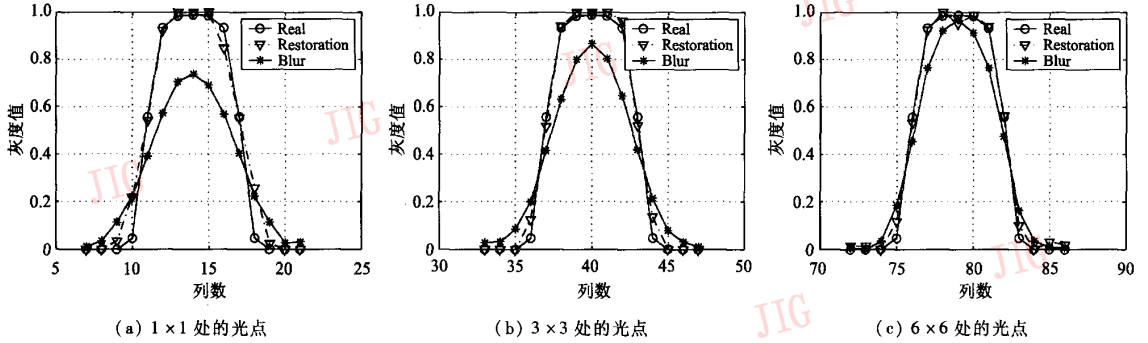


图 3 复原前后灰度变化曲线

Fig. 3 The grey levels in the deteriorated and recovered images

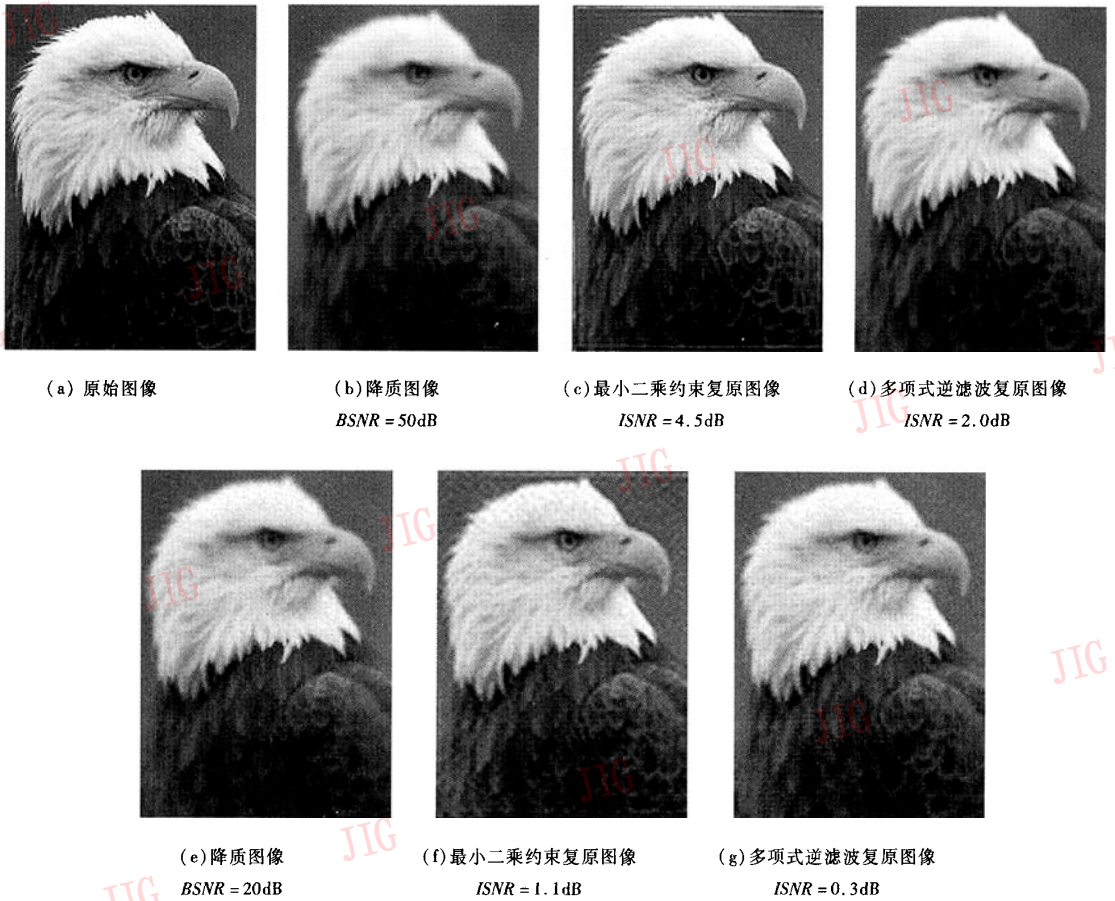


图 4 对 Hawk 图像的空间移变降质仿真复原

Fig. 4 The deteriorated and recovered Hawk images



图 5 对 Lena 图像的空间移变降质仿真复原
 Fig. 5 The deteriorated and recovered Lena images

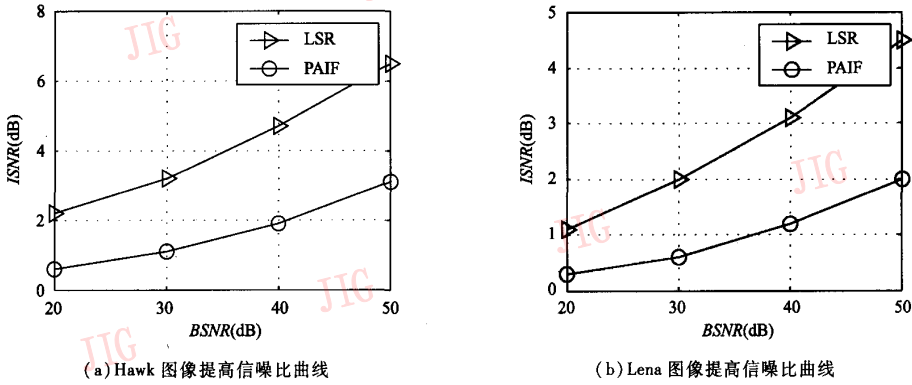


图 6 提高信噪比曲线
 Fig. 6 Enhanced SNR curves

噪声的更多放大。由于复原方法以整体复原效果最佳为复原准则,当 BSNR 很低时在复原图像的平坦区域观测噪声的放大将比较明显,如图 4(f)的背景部分和图 5(f)中 Lena 图像的脸部。和相同情况下的多项式逆滤波复原图像比较可以发现,最小二乘约束复原方法能更多地提升复原图像质量,比如

图 4(f)、(g)鹰图像的羽毛部分,以及在图 5(g)左下角模糊不清的头发在图 5(f)中清晰可分。从提高信噪比曲线也可以发现在各种 BSNR 下最小二乘约束复原方法的复原效果均优于多项式近似逆滤波。当 BSNR 低到 20dB 时,前者的 ISNR 高于后者 3 倍。

比较降质图像和复原图像可以发现,在各种 $BSNR$ 下最小二乘约束复原均可获得良好的复原效果,复原后图像清晰一致。随 $BSNR$ 的降低复原图像质量会随之下降,但即使当 $BSNR$ 低到 20dB, 仍可获得有效的复原。



(a) 实际获取图像



(b) 最小二乘约束复原图像

图 7 实际空间移变降质图像复原

Fig. 7 The restoration of a spatially-variant

5 结 论

可以应用于空间移变图像降质恢复的多项式近似逆滤波,首先对其复原函数进行泰勒展开,实际上是将空间移变的复原函数(频率域函数)分解成空间移不变的基函数的线性组合,从而在空间域里用获得图像及其偶数阶导数的线性组合得到恢复图像。实际处理的图像是数字图像,它是一些离散的数据点,处理时采用相同阶次的差分代替偏导得用多项式拟合实现复原函数的分解,文中根据差分操作对应的函数关系,得到更恰当的分解基函数,避免了泰勒展开带来的高频误差,并在复原函数中引入最小二乘约束,对恢复图像进行规整,得到了适用于实际的、含噪声的空间移变降质图像复原的最小二乘约束复原方法。获得的复原图像是降质图像偶数阶差分的线性组合,组合系数由成像系统点扩散函数、规整参数、约束算子和分解基函数确定。在恢复算法中仅需计算降质图像的偶数阶差分,即可有效地复原空间移变降质图像。复原后的成像系统点扩散函数趋于冲激函数,复原图像整体清晰一致。即使是对低信噪比的空间移变降质图像,也能得到较

图 7(a) 是用低档数码相机获取的图像,图像中心成像清晰,从图像中心到图像四周逐渐模糊。用最小二乘约束复原方法复原降质图像,得图 7(b),复原后整个像场成像清晰,图像左下角的花叶和图像边上的瓷砖缝隙清晰可见。

好的恢复效果。

参考文献 (References)

- 1 Andrews H C, Hunt B R. Digital Image Restoration[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1977: 126 ~ 186.
- 2 Robbins G M, Huang T S. Inverse filtering for linear shift-variant imaging systems [J]. Proceedings of IEEE, 1972, 60 (7): 862 ~ 871.
- 3 Costello Thomas P, Mikhael Wasfy B. Efficient restoration of space-variant blurs from physical optics by sectioning with modified Wiener filtering[J]. Digital Signal Processing, 2003, 13(1): 1 ~ 22.
- 4 Angwin D, Kaufman H. Image restoration using a reduced order model Kalman filter[J]. Acoustics Speech and Signal Processing, 1988, 2:1000 ~ 1003.
- 5 Wen Yu-mei, Li Ping. The image inverse filtering with polynomial approximation and the image recovery in spatially variant systems[J]. Journal of Image and Graphics, 2003, 8(9):1021 ~ 1027. [文玉梅, 李平. 用多项式近似的图像逆滤波及空间移变系统图像的恢复[J]. 中国图象图形学报, 2003, 8(9):1021 ~ 1027.]
- 6 Zhou Mou-yan. Deconvolution and Signal Recovery[M]. Beijing: Defense Industry Press, 2001: 1 ~ 10,184 ~ 286. [邹谋炎著. 反卷积和信号复原[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001: 1 ~ 10, 184 ~ 286.]
- 7 Banham M R, Katsaggelos A K. Digital Image Restoration[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1997, 14(2): 24 ~ 41.